UFRPE

Universidade Federal Rural de Pernambuco
Departamento de Matemática - DM

Prof. Marcelo Pedro

Resumo dos Testes de Convergência

A ideia do RESUMO é fornecer um material conciso para consulta. Se você estudar apenas pelo resumo seu conhecimento será RESUMIDO. Recomendo fortemente que pegue o livro-texto e faça uma leitura.

Teste 1. Teste do Termo Geral *Se a série* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *é convergente então* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

Cuidado! a reciproca não é verdadeira.

Teste 2. Teste Da Integral *Suponha que* f *é uma função continua positiva e decrescente em* $[1, +\infty)$ *e seja* $a_n = f(n)$. *Então*

- *Se a integral imprópria* $\int_1^{\infty} f(x)dx$ *for convergente, a serie* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *é convergente.*
- *Se a integral imprópria* $\int_1^{\infty} f(x)dx$ *for divergente, a serie* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *é divergente.*

Teste 3. Teste Da Comparação *Suponha que* $\sum a_n$ *e* $\sum b_n$ *sejam series de termos positivos, e vale* $a_n \leq b_n \forall n$, *então*

- *Se* $\sum b_n$ *converge então* $\sum a_n$ *converge.*
- *Se* $\sum a_n$ *diverge então* $\sum b_n$ *diverge.*

Cuidado! Verifique se os termos são positivos.

Teste 4. Teste Do Quociente *Suponha que* $\sum a_n$ *e* $\sum b_n$ *sejam series de termos positivos então*

- *Se* $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c > 0$*(isto é, se o limite existe e é um número positivo) então* $\sum b_n$ *converge se e somente se* $\sum a_n$ *converge.*
- *Se* $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$ *e* $\sum b_n$ *converge então* $\sum a_n$ *converge.*
- *Se* $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$ *e* $\sum b_n$ *diverge então* $\sum a_n$ *diverge.*

Teste 5. Teste Da Serie Alternada ou Teste de Leibniz *Se a série alternada,*

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}b_n = b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 + \dots$$

Satisfaz $b_{n+1} \leq b_n \forall n$ *e* $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$ *então a série* $\sum b_n$ *converge.*

Teste 6. Teste Da Razão

- *Se* $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L < 1$ *então a série* $\sum a_n$ *é absolutamente convergente.*
- *Se* $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L > 1$ *então a série* $\sum a_n$ *é divergente.*
- *Se* $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 1$ *pode ser tanto convergente quanto divergente(tem que se usar outro meio de descobrir).*

Teste 7. Teste Da Raiz

- *Se* $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|} = L < 1$ *então a série* $\sum a_n$ *é absolutamente convergente.*
- *Se* $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|} = L > 1$ *então a série* $\sum a_n$ *é divergente.*
- *Se* $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|} = 1$ *pode ser tanto convergente quanto divergente(tem que se usar outro meio de descobrir).*

Formula de Taylor

$f(x) = f(a) + f'(a)\frac{(x-a)^1}{1!} + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} + ... + f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!} + ...$

Referências

1. STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Tradução de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, Setima edição 2013.