



Nome legível: _____

Observações:

- Apresente todos os cálculos e as justificativas de todas as questões, as respostas só serão aceitas com as devidas justificativas.
- Escolha questões para responder de maneira que a soma da pontuação seja 5,00 (Cinco). Não responda questões de modo que a pontuação seja maior que 5,00; pois suas respostas serão desconsideradas.
- Pode usar calculadora em seus cálculos, no entanto é **proibido o uso do celular**.

Máximos e Mínimos

Questão 1 (1,0 ponto) Determine os pontos críticos da função $f(x, y) = 3xy^2 + x^3 - 3x + 6,02214086 \times 10^{23}$, e classifique-os quanto a máximo local, mínimo local ou ponto de sela, usando o teste da segunda derivada.

Questão 2 (0,5 ponto) Encontre as dimensões de uma caixa com volume de 1000cm^3 que tenha área de sua superfície mínima.

Questão 3 (0,5 ponto) A pressão P (em quilopascals), o volume V (em litros) e a temperatura T (em kelvins) de um mol de gás ideal estão relacionados por meio da fórmula $PV = 8,31T$. Determine a taxa de variação da pressão quando a temperatura é 0K e está aumentando com a taxa de $0,21\text{K/s}$ e o volume é 10^{20}L e está aumentando com a taxa de $1.6 \times 10^{-19}\text{L/s}$.

Questão 4 (0,5 ponto) Utilize a Regra da Cadeia para determinar $\frac{\partial z}{\partial t}$ e $\frac{\partial z}{\partial s}$. Sendo $z = \arcsin(x - y)$, $x = s^3 + t^3$, $y = 1 - 2s^2t^2$.

Questão 5 (0,5 ponto) Determine a derivada direcional $\frac{d}{d\vec{u}}f(x, y)$ se $f(x, y) = x^3 - 3xy + 4y^2$ e \vec{u} é o vetor unitário dado pelo ângulo $\theta = \frac{5\pi}{6}$. Quanto será $\frac{d}{d\vec{u}}f(8.98 \times 10^9, 6.6 \times 10^{-34})$

Plano Tangente e Diferenciais

Questão 6 (0,5 ponto) Determine o plano tangente a superfície $z = y \cos(x - y)$ no ponto $(2, 2, 2)$.

Questão 7 (0,5 ponto) Determine a aproximação linear da função $f(x, y, z) = \sqrt[4]{x^2 + y^2 + z^3}$ em $(2, 2, 2)$ e use-a para aproximar o número $\sqrt{(2,02)^2 + (1,97)^2 + (1,99)^3}$

Questão 8 (0,5 ponto) Utilize diferenciais para estimar a quantidade de estanho em uma lata cilíndrica fechada com 8cm de diâmetro e 12cm de altura se a espessura da folha de estanho for de $0,04\text{cm}$.

Questão 9 (0,5 ponto) O uso de diferenciais é amplamente usado no estudo da físico-química, para descrever mudanças de estado de um gás.

- a) Se a energia interna U de um gás é uma função de do volume V e da temperatura T , isto é, $U = U(V, T)$, escreva a diferencial que representa a variação da energia interna do gás. (Em caso de dúvida consulte [7], pág. 63)
- b) Se a entalpia H de um gás é uma função de da pressão p e da temperatura T , isto é, $H = H(p, T)$, escreva a diferencial que representa a variação da entalpia. (Em caso de dúvida consulte [7], pág. 66)

Limites e Derivadas Parciais

Questão 10 (0,5 ponto) Determine o limite se existir, ou mostre que o limite não existe:

$$1. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + \sin^2(y)}{2x^2 + y^2} \quad 2. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \sin^2(y)}{x^2 + 2y^2}$$

Questão 11 (0,5 ponto) Determine todas as derivadas parciais de segunda ordem da função $w = \sqrt{u^2 + v^2}$.

Funções de Duas ou Mais Variáveis

Questão 12 (0,5 ponto) Esboce os gráficos das funções especificadas abaixo:

$$1. f(x, y) = 4x^2 + y^2 \quad 2. f(x, y) = 9 - x^2 - y^2$$

Questão 13 (0,5 ponto) Determine e esboce o domínio da função $f(x, y) = \sqrt{1 + x - y^2}$. Qual a imagem de f ?

Questão 14 (1,0 ponto) Considere a função $f(P, V, T) = \frac{PV}{T}$. Tendo em mente a lei dos gases ideais

$$\frac{PV}{T} = nR.$$

Reponda:

- Desenhe uma de suas superfícies de nível. Explique o que a constante que determina o nível representa.
- Localize sobre a superfície de nível as curvas isobáricas, isocóricas, isotérmicas.

Referências

- [1] BARRANTE, James R. Applied Mathematics for Physical Chemistry. Segunda Edição. Prentice Hall. 1998.
- [2] MAHAN, Bruce H. Química um curso Universitário. Segunda edição. Decima Reimpressão. Editora Edgard Blucher LTDA. São Paulo, 1972, 654p.
- [3] STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Tradução de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, 2009.
- [4] CUNNINGAM, Allan; WHELAN Rory. Maths for Chemists. University of Birmingham-University of Leeds. Disponível Online em <http://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/college/stem/Student-Summer-Education-Internships/Maths-for-Chemists-Booklet.pdf>. Acesso em 19 de Setembro de 2016.
- [5] GOODSON, David Z. Mathematical Methods for Physical and Analytical Chemistry. John Wiley & Sons. 2011. 377p.
- [6] MORTIMER, Robert G. Mathematics for Physical Chemistry. Third Edition. Elsevier Academic Press. 2005.
- [7] ATKINS, P.W. ; PAULA, Julio de. Físico-química: volume 1. Tradução e revisão técnica de Edilson Clemente da Silva, Márcio José Estillac de Mello Cardoso, Oswaldo Esteves Barcia. -Rio de Janeiro: LTC, 2012, 385p.
- [8] BOYER, Carl B, revista por Uta C. Marzbach. História da Matemática. Tradução: Elza F. Gomide. Segunda Edição. São Paulo: Edgard Blucher, 1996, 496p.
- [9] STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Tradução de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, Setima edição 2013.