Universidade Federal Rural de Pernambuco-UFRPE

Departamento de Matemática - DM

Prof. Marcelo Pedro

Lista - Series e Equações Diferenciais Ordinárias-2019.1-LF2

Pratique bastante, só assim voce conseguirá aprender!!

Dica: voce pode usar o site: www.wolframalpha.com para verificar seus resultados. Digitando as equações abaixo voce irá obter a classificação, formas alternativas de escrever a EDO, e a solução quando é possivel resolver. Abaixo algumas dicas na hora de digitar:

Equação	Digitação
$\sqrt{x}$	sqrt(x)
$\frac{3}{4}$	3/4
$\frac{dy}{dx}$	dy/dx
$\frac{dy}{dx}$	dy/dx
$\int xdx$	int x dx
x^{4000}	x^(4000)

Conceitos Gerais

Questão 1 *Mostre que* $y(x) = x - x^{-1}$ *é uma solução da equação diferencial* $xy' + y = 2x$.

Questão 2 *Verifique se* $y = sen(x)cos(x) - cos(x)$ *é uma solução do problema de valor inicial*

$$\begin{cases} y' + (tg(x))y = cos^2(x) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Questão 3 *Quais das seguintes funções são soluções da equação diferencial* $y'' + y = sen(x)$*?*

a) $y = sen(x)$ *b)* $y = cos(x)$ *c)* $y = \frac{1}{2}xsen(x)$ *d)* $y = -\frac{1}{2}xcos(x)$

Questão 4 *Mostre que cada membro da familia de funcoes* $y = \frac{(ln(x)+C)}{x}$ *é uma solução da equação diferencial* $x^2y' + xy = 1$.

Questão 5 *Em cada item abaixo verifique se cada função dada é uma solução da equação diferencial:*

1. $y'' - y = 0; \quad y_1(t) = e^t, \quad y_2(t) = cosh(t)$
2. $y'' + 2y' - 3y = 0; \quad y_1(t) = e^{-3t}, \quad y_2(t) = e^t$
3. $ty' - y = t^2; \quad y(t) = 3t + t^2$
4. $y^{(4)} + 4y^{(3)} + 3y = t; \quad y_1(t) = \frac{t}{3}, \quad y_2(t) = e^{-t} + \frac{t}{3}$
5. $2t^2y'' + 3ty' - y = 0; \quad t > 0 \quad y_1(t) = t^{\frac{1}{2}} \quad y_2(t) = t^{-1}$
6. $y'' + y = sec(t), \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}; \quad y(t) = (cos(t))ln(cos(t)) + tsen(t)$
7. $y' - 2ty = 1; \quad y(t) = e^{t^2} \int_0^t e^{-s^2} ds + e^{t^2}$

Equações Separáveis

Questão 6 *Nos seguintes problemas resolva a equação diferencial dada, se possivel determine explicitamente a solução e diga qual o intervalo de validade da solução:*

1. $y' = \frac{x^2}{y}$
2. $y' = \frac{x^2}{y(1+x^3)}$
3. $y' + y^2 \sin(x) = 0$
4. $y' = \frac{(3x^2-1)}{(3+2y)}$
5. $y' = (\cos^2(x))(cos^2(2y))$
6. $xy' = (1 - y^2)^{\frac{1}{2}}$
7. $\frac{dy}{dx} = \frac{x-e^{-x}}{y+e^y}$
8. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{1+y^2}$
9. $y' = (1 - 2x)y^2, \quad y(0) = -\frac{1}{6}$
10. $y' = \frac{(1-2x)}{y}, \quad y(1) = -2.$
11. $xdx + ye^{-x}dy = 0, \quad y(0) = 1.$
12. $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r^2}{\theta}, r(1) = 2.$
13. $y' = \frac{2x}{(y+x^2y)}, \quad y(0) = -2.$

Questão 7 *Nos seguintes problemas resolva a equação diferencial determinando explicitamente a solução e diga qual o intervalo de validade da solução:*

1. $y' = (1 - 2x)y^2; \quad y(0) = -\frac{1}{6}$
2. $y' = \frac{(1-2x)}{y} \quad y(1) = -2.$
3. $xdx + ye^{-x}dy = 0, \quad y(0) = 1.$
4. $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r^2}{\theta}, \quad r(1) = 2.$
5. $y' = \frac{2x}{(y+x^2y)} \quad y(0) = -2.$
6. $y' = \frac{xy^3}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}} \quad y(0) = 1.$
7. $y' = \frac{2x}{(1+2y)}, \quad y(2) = 0.$

Questão 8 *Resolva a equação diferencial*

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x}}{e^y}$
3. $xy^2y' = x + 1$
4. $(y^2 + xy^2)y' = 1$
5. $(y + sen(y))y' = x + x^3$
6. $\frac{dv}{ds} = \frac{s+1}{sv+s}$
7. $\frac{dy}{dt} = \frac{t}{ye^{y+t^2}}$
8. $\frac{dy}{d\theta} = \frac{e^y sen^2(\theta)}{ysec(\theta)}$
9. $\frac{dp}{dt} = t^2p - p + t^2 - 1$
10. $\frac{dz}{dt} + e^{t+z} = 0$

Questão 9 *Encontre a solução da equação diferencial que satisfaça a condição inicial dada.*

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}, \quad y(0) = -3$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{ln(x)}{xy}, \quad y(1) = 2$
3. $y' = \frac{xysen(x)}{y+1}, y(0) = 1$
4. $xln(x) = y(1 + \sqrt{3 + y^2})y', \quad y(1) = 1$

5. $\frac{dp}{dt} = \sqrt{Pt}, \quad P(1) = 2$

6. $y'tg(x) = a + y, \quad y(\frac{\pi}{3} = a) \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}$

7. $\frac{dp}{dt} = kL^2 ln(t), \quad L(1) = 1.$

Questão 10 *Um barril com* $2000L$ *de cerveja contém* 4% *de alcool(por volume). Cerveja com* 6% *de alcool é bombeada para fora do barril á uma taxa de* $20L/min$ *e a mistura é bombeada para fora a mesma taxa. Qual a procentagem de alcool depois de uma hora?*

Questão 11 *O ar em uma sala com volume* $180m^3$ *contém* $0,15\%$ *de dioxido de carbono inicialmente. Ar mais fresco com apenas* $0,05\%$ *de dióxido de caborno entra na sala a uma taxa de* $\frac{2m^3}{min}$ *e o ar misturado sai na mesma taxa. Encontre a porcentagem de dioxido de carbono na sala como uma função do tempo. O que acontece a longo prazo?*

Equações Lineares

Questão 12 *Nos problemas abaixo determine a ordem da equação diferencial e diga se ela é linear ou não linear.*

1. $t^2\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} + 2y = sen(t)$

2. $(1 + y^2)\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} + y = e^t$

3. $\frac{d^4y}{dt^4} + \frac{d^3y}{dt^3} + \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = 1$

4. $\frac{dy}{dt} + ty^2 = 0$

5. $\frac{d^2y}{dt^2} + sen(t + y) = sen(t)$

6. $\frac{d^3y}{dt^3} + t\frac{dy}{dt} + (cos^2t)y = t^3$

Questão 13 *Um objeto de massa* **m** *esta caindo próximo a superficie da terra onde, onde a gravidade pode ser considerada constante. Para efeito de aproximação podemos considerar que a resistência do ar sob o objeto é proporcional a velocidade do objeto* **v**, *com constante de proporcionalidade* γ.

a) *Deduza que a equação do movimento é regida pela equação:*

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = g - \frac{\gamma}{m}\mathbf{v}.$$

b) *Resolva a EDO acima considerando a condição inicial* $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0$.

c) *Levando em consideração a forma da solução diga o que o ocorre com a solução quando* $t \to \infty$.

d) *Se não há resistência do ar, ou seja,* $\gamma = 0$ *então deduza como fica equação do movimento.*

Questão 14 *Nos Problemas abaixo encontre uma solução particular que satisfaça a equação:*

1. $y' + 3y = t + e^{-2t}$

2. $\frac{dy}{dt} - 2y = t^2e^{2t}, \quad e \quad y(0) = 1.$

3. $y' + y = te^{-t} + 1$

4. $\dot{y} + \frac{1}{t}y = 3cos(2t), t > 0$

5. $y' - 2y = 3e^t$
6. $ty' + 2y = sen(t), t > 0$
7. $y' + 2ty = 2te^{-t^2}$
8. $(1+t^2)y' + 4ty = (1+t^2)^{-2}$
9. $2y' + y = 3t$
10. $ty' - y = t^2e^{-t}$
11. $y + y' = 5sen(2t)$
12. $2y' + y = 3t^2$
13. $y' - y = 2te^{2t}$, $y(0) = 1$
14. $y' + 2y = te^{-2t}$, $\quad e \quad y(1) = 0.$
15. $ty' + 2y = t^2 - t + 1, \quad y(1) = \frac{1}{2}, \quad t > 0.$
16. $y' + \left(\frac{2}{t}\right) y = \frac{(cos(t))}{t^2} \qquad y(\pi) = 0, \quad t > 0.$
17. $y' - 2y = e^{2t}, \qquad y(0) = 2.$
18. $ty' + 2y = sen(t), \qquad y(\frac{\pi}{2}) = 1, \qquad t > 0.$
19. $t^3y' + 4t^2y = e^{-t}, \qquad y(-1) = 0, \qquad t < 0.$
20. $ty' + (t+1)y = t, \qquad y(ln2) = 1, \qquad t > 0.$

Questão 15 *Um tanque contém* $100L$ *uma solução com concentração salina de* $0,4kg/L$ *é adicionada a taxa de* $5L/min$*.A solução é mantida misturada e é retirada do tanque na taxa de* $3L/min$*. Se* $y(t)$ *é a quantidade de sal (quilogramas) apos t minutos, mostre(explique) que y satisfaz a equação diferencial*

$$\frac{dy}{dt} = 2 - \frac{3y}{100+2t}.$$

Resolva essa equação e calcule a concetração depois de 20 *minutos.*

Questão 16 *Um tanque com capacidade de* $400L$ *está cheio com uma mistura de agua e cloro com concentração de* $0,05g$ *de cloro por litro. Para poder reduzir a concentração de cloro, agua doce é bombeada para o tanque na taxa de* $4L/s$*. A mistura é agitada e bombeada para fora em uma taxa de* $10L/s$*. Encontre a quantidade de cloro no tanque como uma função do tempo.*

Equações Exatas

Questão 17 *Para cada uma das seguintes equações determine quais são exatas. Para as exatas encontre a solução.*

1. $(2x+3) + (2y-2)y' = 0$
2. $(2x+4y) + (2x-2y)y' = 0$
3. $(3x^2 - 2xy + 2)dx + (6y^2 - x^2 + 3)dy = 0$
4. $(2xy^2 - 2y) + (2x^2y + 2x)y' = 0$
5. $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax+by}{bx+cy}$
6. $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax-by}{bx-cy}$
7. $(e^x sen(y) - 2ysen(x))dx + (e^x cos(y) + 2cos(x))dy = 0$
8. $(e^x sen(y) + 3y)dx + (3x - e^x sen(y))dy = 0$
9. $(ye^{xy}cos(2x) - 2e^{xy}sen(2x) + 2x)dx + (xe^{xy}cos(2x) - 3)dy = 0$
10. $(\frac{y}{x} + 6x)dx + (yln(x) + xy)dy = 0, \quad x > 0$
11. $(xln(y) + xy)dx + (yln(x) + xy)dy = 0; \quad x > 0, \quad y > 0$
12. $\frac{xdx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{ydy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$

Questão 18 *Mostre que a equação dada não é exata, mas torna-se exata quando multiplicada pelo fator integrante apontado. Depois resolva a equação.*

1. $x^2y^3 + x(1+y^2)y' = 0 \quad \mu(x,y) = \frac{1}{xy^3}$.
2. $\left(\frac{\sin(y)}{y} - 2e^{-x}\sin(x)\right)dx + \left(\frac{\cos(y)+2e^{-x}\cos(x)}{y}\right)dy = 0 \quad \mu(x,y) = ye^x$.
3. $ydx + (2x - ye^y)dy = 0 \quad \mu(x,y) = y$.
4. $(x+2)\sin(y)dx + xcos(y)dy = 0 \quad \mu(x,y) = xe^x$.

Questão 19 *Nos problemas abaixo, resolva os problemas de valor inicial.*

1. $(2x-y)dx + (2y-x)dy = 0 \quad y(1) = 3$.
2. $(9x^2+y-1)dx - (4y-x)dy = 0 \quad y(1) = 0$.

Questão 20 *Mostre que qualquer equação separável $\frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{g(y)}$ também é exata.*

Questão 21 *Mostre que, se $\frac{N_x - M_y}{M} = Q$, onde Q é função apenas de y, então a equação diferencial*

$$M + Ny' = 0$$

Tem um fator integrante da forma $\mu(y) = e^{\int Q(y)dy}$.
Sugestão: Imite a demonstração feita em sala para o caso em que μ é função só de x.

Técnicas de substituição

Questão 22 Equação de Bernoulli

A equação

$$y' + p(t)y = q(t)y^n, \quad n \in \mathbb{R}$$

é conhecida como Equação de Bernoulli e é linear se $n = 0$ ou $n = 1$. Se $n \neq 0$ ou $n \neq 1$ a equação não é linear mas pode ser transformada em uma equação linear fazendo a mudança de variável $v = y^{1-n}$. Esse método de solução foi encontrado por Leibniz em 1696. Demonstre isto e resolva as equações:

1. $t^2y' + 2ty - y^3 = 0, \quad t > 0$
2. $y' = ry - ky^2, \quad r > 0, k > 0$.
3. $y' + t^2y = t^2y^4$
4. $y' - \frac{3}{t}y = t^4y^{\frac{1}{3}}$
5. $y' + \frac{2}{t}y = -t^9y^5, \qquad y(-1) = 2$.

Questão 23 *Resolva as seguintes EDO's usando técnicas de substituição*

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+xy+y^2}{x^2}$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3y^2}{2xy}$
3. $\frac{dy}{dx} = \frac{4y-3x}{2x-y}$
4. $\frac{dy}{dx} = \frac{4y+3x}{2x+y}$
5. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+3y}{x-y}$
6. $(x^2+3xy+y^2)dx - x^2dy = 0$
7. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2-3y^2}{2xy}$
8. $\frac{dy}{dx} = \frac{3y^2-x^2}{2xy}$
9. $\frac{dy}{dx} = (2x+3y)^2$
10. $\frac{dy}{dx} = (-x+y+15)^3$

Equações Diferenciais de Segunda Ordem

Questão 24 EDO Linear de Segunda Ordem-Coeficientes Constantes *Em cada um dos problemas encontre a solução geral da equação diferencial dada.*

1. $y'' + 2y' - 3y = 0$
2. $y'' + 3y' + 2y = 0$
3. $6y'' - y' - y = 0$
4. $2y'' - 3y' + y = 0$
5. $y'' + 5y' = 0$
6. $4y'' - 9y = 0$
7. $y'' - 9y' + 9y = 0$
8. $y'' - 2y' - 2y = 0$

Questão 25 *Encontre a solução do problema de valor inicial em cada um dos itens abaixo:*

1. $y'' + y' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$
2. $y'' + 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$
3. $6y'' - 5y' + y = 0, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 0.$
4. $y'' + 3y' = 0, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 3.$
5. $y'' + 5y' + 3y = 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$
6. $2y'' + y' - 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$
7. $y'' + 8y' - 9y = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0.$
8. $4y'' - y = 0, \quad y(-2) = 1, \quad y'(-2) = -1.$

Questão 26 *Encontre uma equação diferencial linear de segunda ordem cuja solução é* $y(t) = c_1e^{2t} + c_2e^{-3t}$.

Questão 27 *Em cada um dos problemas abaixo são dadas duas soluções da EDO, verifique se elas formam um conjunto fundamental de soluções.*

a) $y'' + 4y = 0; \quad y_1(t) = cos(2t), \quad y_2(t) = sen(2t)$

b) $x^2y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0, \quad x > 0; y_1(x) = x, \quad y_2(x) = xe^x.$

c) $y'' - 2y' + y = 0; \quad y_1(t) = e^t, \quad y_2(t) = te^t$

d) $(1 - xcotx)y'' - xy' + y = 0, \quad 0 < x < \pi; y_1(x) = x, y_2(x) = sen(x).$

Questão 28 *Um modo de obter a* **Equação do Pêndulo Simples** *baseia-se no principio de conservação de energia.Se L é o comprimento do pêndulo e m é a massa:*

a) *Mostre que a energia cinética* E_c *do pêndulo em movimento é* $E_c = \frac{1}{2}mL^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$. *Onde* θ *representa o ângulo de inclinação do fio de tração em relação a vertical.*

b) Mostre que energia potencial V do pêndulo, em relação á sua posição de repouso, é $E_p = mgL(1-cos(\theta))$.

c) Pelo princípio de conservação de energia, a energia total $E = E_c + E_p$ é constante. Calcule $\frac{dE}{dt}$, iguale a zero e mostre que a equação resultante pode ser reduzida á equação do pêndulo que encotramos na aula $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} sen(\theta) = 0$.

Questão 29 *Considere a equação do pêndulo simples $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} sen(\theta) = 0$. Sabemos que se $\theta \approx 0$ então $sen(\theta) \approx \theta$, donde obtemos a equação linearizada do pêndulo $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$. a) Verifique que as funções $f(t) = sen(\sqrt{\frac{g}{l}}t)$ e $g(t) = cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t)$ são soluções da EDO linearizada.*

b) Calcule o Wronskiano destas soluções.

c) Dada uma solução qualquer da EDO linearizada (sem condicoes iniciais) ela é periodica? Se sim diga qual seu periodo.

Questão 30 *Em cada um dos problemas encontre a solução geral da equação diferencial dada:*

1. $y'' - 2y' + 2y = 0$
2. $y'' + 2y - 8y = 0$
3. $y'' + 6y' + 13y = 0$
4. $y'' + 2y' + 1,25y = 0$
5. $y'' + y' + 1,25y = 0$
6. $y'' - 2y' + 6y = 0$
7. $y'' + 2y' + 2y = 0$
8. $4y'' + 9y = 0$
9. $9y'' + 9y' - 4y = 0$
10. $y'' + 4y' + 6,25y = 0$

Questão 31 *Em cada um dos problemas encontre a solução do problema de valor inicial dado.*

1. $y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$
2. $y'' + 4y' + 5y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$
3. $y'' - 2y' + 5y = 0, \quad y(\frac{\pi}{2}) = 0, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = 2.$
4. $y'' + y = 0, \quad y(\frac{\pi}{3}) = 2, \quad y'(\frac{\pi}{3}) = -4.$
5. $y'' + y' + 1,25y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$
6. $y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(\frac{\pi}{4}) = 2, \quad y'(\frac{\pi}{4}) = -2.$

Questão 32 *Em cada um dos problemas encontre a solução da equação diferencial dada:*

1. $y'' - 2y' + y = 0$
2. $4y'' - 4y' - 3y = 0$
3. $y'' - 2y' + 10y = 0$
4. $4y'' + 17y' + 4y = 0$
5. $25y'' - 20y' + 4y = 0$
6. $9y'' + 6y' + y = 0$
7. $4y'' + 12y' + 9y = 0$
8. $y'' - 6y' + 9y = 0$
9. $16y'' + 24y' + 9y = 0$
10. $2y'' + 2y' + y = 0$

Questão 33 *Em cada um dos problemas abaixo resolva o problema de valor inicial dado:*

1. $9y'' - 12y' + 4y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$
2. $y'' - 6y' + 9y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$
3. $9y'' + 6y' + 82y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 2.$
4. $y'' + 4y' + 4y = 0, \quad y(-1) = 2, \quad y'(-1) = 1.$

Equações Não Homogêneas, Coeficientes Indeterminados

Questão 34 *Em cada um dos problemas encontre a solução geral da equação diferencial dada.*

1. $y'' - 2y' - 3y = 3e^{2t}$
2. $y'' + 2y' + 5y = 3sen(2t)$
3. $y'' - 2y' - 3y = 3te^{-t}$
4. $y'' + 2y' = 3 + 4sen(2t)$
5. $y'' + 9y = t^2e^{3t} + 6$
6. $y'' + 2y' + y = 2e^{-t}$
7. $2y'' + 3y' + y = t^2 + 3sen(t)$
8. $y'' + y = 3sen(2t) + tcos(2t)$
9. $u'' + \omega_0 u = cos(\omega t) \quad \omega_0 \neq \omega.$
10. $u'' + \omega_0 u = cos(\omega_0 t)$
11. $y'' + y' + 4y = 2senh(t)$
12. $y'' - y' - 2y = cosh(t)$

Questão 35 *Encontre a solução do problema de valor inicial dado:*

1. $\begin{cases} y'' + y' - 2y = 2t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y'' + 4y = t^2 + 3e^t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$
3. $\begin{cases} y'' - 2y' + y = te^t + 4 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y'' - 2y' - 3y = 3te^{2t} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$
5. $\begin{cases} y'' + 4y = 3sen(2t) \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$
6. $\begin{cases} y'' - 2y' - 3y = 3t^2e^{2t} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

Método da Variação de Parâmetros

Questão 36 *Em cada um dos problemas encontre a solução da equação diferencial dada.*

1. $y'' + y = tan(t), \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}$
2. $y'' + 9y = 9sec^2(3t), \quad 0 < t < \frac{\pi}{6}$
3. $y'' + 4y' + 4y = t^{-2}e^{-2t}. \quad t > 0$
4. $y'' + 4y = 3csc(2t), \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}$
5. $4y'' + y = 2sec(\frac{t}{2}) \quad -\pi < 0 < \pi$
6. $y'' - 2y' + y = \frac{e^t}{1+t^2}$

Questão 37 *Em cada um dos problemas verifique se as funções dadas y_1 e y_2 satisfazem a equação homogênea associada; depois encontre uma solução particular da equação não homogênea dada.*

1. $t^2y'' - 2y = 3t^2 - 1, \quad t > 0; \quad y_1(t) = t^2, \quad y_2(t) = t^{-1}.$
2. $t^2y'' - t(t+2)y' + (t+2)y = 2t^3. \quad t > 0; \quad y_1(t) = t, \quad y_2(t) = te^t.$
3. $ty'' - (1+t)y' + y = t^2e^{2t}, \quad t > 0 \quad y_1(t) = 1 + t, \quad y_2(t) = e^t.$
4. $(1-t)y'' + ty' - y = 2(t-1)^2e^{-t}, \quad 0 < t < 1 \quad y_1(t) = e^t, \quad y_2(t) = t.$
5. $x^2y'' - 3xy' + 4y = x^2ln(x), \quad x > 0 \quad y_1(x) = x^2 \quad y_2(x) = x^2ln(x)$

6. $x^2y'' + xy' + (x^2 - 0,25)y = 3x^{\frac{3}{2}} sin(x) \qquad x > 0 \quad y_1(x) = x^{-\frac{1}{2}} sen(x), \quad y_2(x) =^{x-\frac{1}{2}} cos(x)$

"Estudos sobre atletas olímpicos, músicos de fama mundial e grandes mestres de xadrez constatam que o que eles têm em comum é a capacidade de motivarem-se para seguirem implacáveis rotinas de treino." ([1], pág. 102.)

Referências

[1] GOLEMAN, Daniel. Inteligência emocional: a teoria revolucionária que define o que é ser inteligente. Tradução de Marcos Santarrita. Editora Objetiva, Rio de Janeiro, 2012.

[2] STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Tradução de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, 2009.

[3] BOYCE,William E; DIPRIMA, Richard C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. Nona edição. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

[4] MEYER, Keneth R.; HALL, Glen R.; OFFIN, Dan. *Introduction To Hamiltonian Dynamical Systems and The N-Body Problem.* Springer. Segunda Edição. Applied Mathematical Sciences Vol. 90. New York. 2009