



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO-UFRPE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

Prof. Marcelo Pedro

Lista 03 - Introdução as Equações Diferenciais Ordinárias-2018.1

Dica: Tente tirar dúvidas antes de chegar próximo das avaliações.

Questão 1 Para cada uma das seguintes equações determine quais são exatas. Para as exatas encontre a solução.

1. $(2x + 3) + (2y - 2)y' = 0$

2. $(2x + 4y) + (2x - 2y)y' = 0$

3. $(3x^2 - 2xy + 2)dx + (6y^2 - x^2 + 3)dy = 0$

4. $(2xy^2 - 2y) + (2x^2y + 2x)y' = 0$

5. $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax+by}{bx+cy}$

6. $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax-by}{bx-cy}$

7. $(e^x \operatorname{sen}(y) - 2y \operatorname{sen}(x))dx + (e^x \cos(y) + 2 \cos(x))dy = 0$

8. $(e^x \operatorname{sen}(y) + 3y)dx + (3x - e^x \operatorname{sen}(y))dy = 0$

9. $(ye^{xy} \cos(2x) - 2e^{xy} \operatorname{sen}(2x) + 2x)dx + (xe^{xy} \cos(2x) - 3)dy = 0$

10. $(\frac{y}{x} + 6x)dx + (y \ln(x) + xy)dy = 0, \quad x > 0$

11. $(x \ln(y) + xy)dx + (y \ln(x) + xy)dy = 0; \quad x > 0, \quad y > 0$

12. $\frac{xdx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{ydy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$

Questão 2 Mostre que a equação dada não é exata, mas torna-se exata quando multiplicada pelo fator integrante apontado. Depois resolva a equação.

1. $x^2y^3 + x(1 + y^2)y' = 0 \quad \mu(x, y) = \frac{1}{xy^3}$.

2. $\left(\frac{\sin(y)}{y} - 2e^{-x} \sin(x)\right) dx + \left(\frac{\cos(y)+2e^{-x} \cos(x)}{y}\right) dy = 0 \quad \mu(x, y) = ye^x$.

3. $ydx + (2x - ye^y)dy = 0 \quad \mu(x, y) = y.$

4. $(x + 2) \sin(y)dx + x \cos(y)dy = 0 \quad \mu(x, y) = xe^x.$

Questão 3 Nos problemas abaixo, resolva os problemas de valor inicial.

1. $(2x - y)dx + (2y - x)dy = 0 \quad y(1) = 3.$

2. $(9x^2 + y - 1)dx - (4y - x)dy = 0 \quad y(1) = 0.$

Questão 4 Suponha que as funções M, N, M_y e N_x são contínuas em uma região retangular e $M_y = N_x$ nesta região. Sabemos que neste caso a equação

$$M(x, y) + N(x, y)y' = 0$$

é exata. Mostre que uma possível função $\psi(x, y)$ que define a solução da EDO implicitamente é dada por:

$$\psi(x, y) = \int_{x_0}^x M(s, y_0)ds + \int_{y_0}^y N(x, t)dt$$

onde (x_0, y_0) é um ponto em R .

Questão 5 Mostre que qualquer equação separável $\frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{g(y)}$ também é exata.

Questão 6 Mostre que uma equação linear de primeira ordem, nem sempre é exata. Mas sempre possui um fator integrante dependendo de x . Prove ou disprove a seguinte afirmativa: “O fator integrante obtido pelo método de resolução de equações exatas, é o mesmo que o encontrado pelo método de resolução de equações lineares por fatores integrantes.”

Questão 7 Mostre que, se $\frac{N_x - M_y}{M} = Q$, onde Q é função apenas de y , então a equação diferencial

$$M + Ny' = 0$$

Tem um fator integrante da forma $\mu(y) = e^{\int Q(y)dy}$.

Sugestão: Imita a demonstração feita em sala para o caso em que μ é função só de x .

Questão 8 Mostre que, se $\frac{N_x - M_y}{xM - yN} = R$, onde R depende apenas de xy , então a equação diferencial

$$M + Ny' = 0$$

Tem um fator integrante da forma $\mu(xy)$. Encontre a fórmula para este fator integrante.

Sugestão: Imita a demonstração feita em sala para o caso em que μ é função só de x .

Questão 9 Nos problemas seguintes encontre um fator integrante e resolva a equação dada.

$$1. (3x^2y + 2xy + y^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0.$$

$$2. y' = e^{2x} + y - 1.$$

$$3. dx + \left(\frac{x}{y} - \operatorname{sen}(y)\right)dy = 0.$$

$$4. ydx + (2xy - e^{-2y})dy = 0.$$

$$5. e^x dx + (e^x \cot(y) + 2y \operatorname{csc}(y))dy = 0.$$

$$6. \left[4\frac{x^3}{y^2} + \left(\frac{3}{y}\right)\right]dx + \left[3\left(\frac{x}{y^2}\right) + 4y\right]dy = 0.$$

$$7. \left(3x + \frac{6}{y}\right) + \left(\frac{x^2}{y} + 3\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = 0.$$

Sugestão: Use o exercício anterior.

‘‘Alunos com níveis mais altos de força de vontade tinham mais chances de tirar notas maiores nas aulas e de ser aceitos em escolas mais seletivas. Tinham menos faltas, passavam menos tempo assistindo televisão e mais horas fazendo a licao de casa. ‘Os adolescentes com maior autodisciplina superaram seus colegas mais impulsivos em todas as variáveis de desempenho academico’, escreveram os pesquisadores. ‘A autodisciplina previu o desempenho academico de forma mais consistente que o QI. A autodisciplina também previu quais alunos melhorariam suas notas ao longo do ano letivo, enquanto o QI não previu.²(...)A autodisciplina tem um efeito maior no desempenho academico do que o talento intelectual.’ ’’ .([1], pág. 146)

Referências

- [1] DUHIGG, Charles. *O Poder do Hábito: Por que fazemos o que fazemos na vida e nos negócios*. Título original: The power of Habit. Traducao Rafael Mantovani. Primeira edicao. Rio de Janeiro: Editora Objetiva. 2012. 408p.
- [2] STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Traducao de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, 2009.
- [3] BOYCE, William E; DIPRIMA, Richard C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. Nona edicao. Rio de Janeiro: LTC, 2012.