



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM  
MATEMÁTICA-L2-2019.1

Prof. Marcelo Pedro

Lista 5 -Equações de retas e Planos

Dica geral: Procure entender a natureza geométrica dos objetos e desenhar-los sempre. Geralmente isto ajuda a intuição ao resolver problemas e racionar.

**Questão 1** <sup>1</sup> A representação abaixo é de uma estrutura sólida de cloreto de sódio. A distância entre os centros de ions de cloreto e de sodio é 278pm. (Observação:  $1\text{pm} = 10^{-15}\text{m}$ )

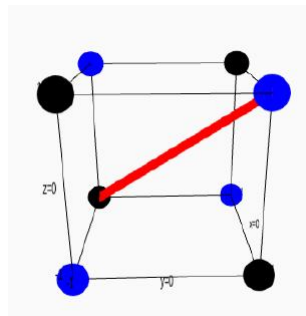


Figura 1: Cloreto De Sódio

- Escreva as coordenadas dos átomos de cloro.
- Escreva a equação da reta que contém o segmento vermelho indicado na figura.
- Escreva a equação do segmento de reta indicado na figura. (Lembre-se que a equação do segmento de reta entre  $P_1$  e  $P_2$  é  $(1-t)P_1 + tP_2$  com  $t \in [0, 1]$ .)
- Escreva a equação do plano perpendicular ao segmento de reta vermelho, passando pelos átomos três azuis fora do segmento.

---

<sup>1</sup>Questão adaptada de [2]

**Questão 2**<sup>2</sup> Uma molécula de metano  $CH_4$ , é estruturada com os quatro átomos de hidrogênio nos vértices de um tetraedro regular e o carbono no centro. O ângulo de vínculo é o ângulo formado pela ligação  $H - C - H$ ; é o ângulo entre as retas que ligam o carbono e os dois átomos de hidrogênio. Mostre que esse ângulo de vínculo é de aproximadamente  $109,5^\circ$ .

*Tome os vértices do tetraedro nos pontos  $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$  e  $(1, 1, 1)$ . Calcule então o centro da molécula, depois escreva os vetores do centro da molécula a dois átomos de Hidrogênio e então calcule o ângulo entre esses vetores.*

- Escreva as equações das quatro retas que ligam os átomos de Hidrogênio ao de Carbono.
- Qual a distância do átomo na posição  $(1, 0, 0)$  a reta que liga os átomos  $(0, 1, 0), (0, 0, 1)$ ?
- Escreva a equação do segmento de reta indicado na figura.
- Escreva a equação do plano perpendicular ao segmento de reta vermelho, passando pelos átomos três átomos azuis fora do segmento.

**Questão 3** Escreva a equação da reta que passa pelo ponto  $A = (3, 0)$  e tem a direção do vetor  $\vec{v} = (2, 2)$  e desenhe a representação desta reta no plano cartesiano.

**Questão 4** Escreva a equação vetorial da reta que passa pelo ponto  $A = (3, 0, 5)$  e tem a direção do vetor  $\vec{v} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$

**Questão 5** Escreva a equação paramétrica da reta que passa pelo ponto  $A = (3, -1, 2)$  e tem a direção do vetor  $\vec{v} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

**Questão 6** Identifique se a reta cuja equação paramétrica é

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 2t \end{cases} \quad (0.1)$$

passa pelos pontos  $A = (5, 4, -5)$  e pelo ponto  $B = (10, 9, 8)$ .

**Questão 7** Escreva a equação vetorial da reta cuja equação paramétrica é

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 8t \\ z = 3 + 12t \end{cases} \quad (0.2)$$

**Questão 8** Calcule o ângulo entre as retas que passam por  $A = (-3, 4, 2)$  e  $B = (5, -2, 4)$  e a reta que passa por  $C = (-1, 2, 3)$  e  $D = (-5, 5, -4)$ .

---

<sup>2</sup>Questão adaptada de [1]

**Questão 9** Determinar a equação do plano que passa pelo ponto  $A = (2015, 2016, 2017)$  e tem vetor normal  $B = (2, 2, 2)$

**Questão 10** Escreva a equação cartesiana do plano que passa pelo ponto  $A = (-2, -2, -2)$ , e é paralela ao plano  $2x - 3y + z - 6 = 0$ .

**Questão 11** Determinar a equação geral do plano que passa pelo ponto  $A = (1, -3, 4)$  e é paralelo aos vetores  $v = (3, 1, -4)$  e  $v = (0, 1, 2)$ .

**Questão 12** • Encontre o ângulo entre os planos  $x + y + z = 1$  e  $x - 2y + 3z = 1$ .

• Determine as equações simétricas da reta interseção deste dois planos

**Questão 13** Determine a distância entre os dois planos paralelos  $10x + 2y - 2z = 5$  e  $5x + y - z = 1$ .

**Questão 14** Mostre que as retas abaixo são reversas e determine a distância entre elas.

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2s \\ y = 3 + s \\ z = -3 + 4s \end{cases}$$

**Questão 15** O plano que passa pelo ponto  $(6, 0 - 2)$  e contém a reta  $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 + 5t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$

**Questão 16** Determine a distância do ponto ao plano dado.

•  $(1, -2, 4)$ ,  $3x + 3y + 6z = 5$ .

•  $(-6, 3, 5)$ ,  $x - 2y - 4z = 8$ .

**Questão 17** Determine a distância entre os planos paralelos dados.

•  $2x - 3y + z = 4$ ,  $4x - 6y + 2z = 3$ .

•  $6z = 4y - 2x$ ,  $9z = 1 - 3x + 6y$ .

## Referências

- [1] STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Tradução de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, Setima edição 2013.
- [2] CUNNINGAM, Allan; WHELAN Rory. Maths for Chemists. University of Birmingham- University of Leeds. Disponível Online em <http://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/college/stem/Student-Summer-Education-Internships/Maths-for-Chemists-Booklet.pdf>. Acesso em 19 de Setembro de 2016.