



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM
MATEMÁTICA-L2-2019.1

Prof. Marcelo Pedro

Lista 4 -Produto Interno, Produto Vetorial, Produto Misto

Dica geral: Procure entender a natureza geométrica dos objetos e desenhar-los sempre. Geralmente isto ajuda a intuição ao resolver problemas e racionar.

Produto Interno

Questão 1 (*Questão Repetida da lista anterior*) Uma molécula de metano CH_4 , é estruturada com os quatro átomos de hidrogênio nos vértices de um tetraedro regular e o carbono no centro. O ângulo de vínculo é o ângulo formado pela ligação $H - C - H$; é o ângulo entre as retas que ligam o carbono e os dois átomos de hidrogênio. Motre que esse ângulo de vínculo é de aproximadamente $109,5^\circ$.

Questão 2 A molécula de CH_4 é um tetraedro regular cujos vértices são os átomos de hidrogênio. Conforme representado na figura.

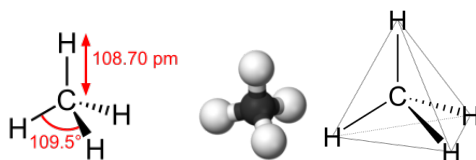


Figura 1: Metano. Fonte: Wikipédia

a) Use as coordenadas da **Questão 1** para calcular:

- Distância entre o átomo de carbono e o de hidrogênio.
- Distância entre os átomo de hidrogênio.
- Em seguida use proporção com o valor dado na Figura 1 para encontrar o valor real da distância entre os átomos de

hidrogênio.

b) De posse das formulas abaixo calcule o volume desta molecula.Em um tetraedro regular cujas arestas medem a .

- Área da base- $A_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
- Altura- $H = \frac{\sqrt{6}}{3}a$
- Volume- $V = \frac{1}{3}A_0H$

PRODUTO VETORIAL

Questão 3 Explique com suas palavras e desenhos a interpretação geométrica do **produto vetorial**.

Questão 4 Determine o produto vetorial de \vec{a} com \vec{b} em cada caso:

a) $\vec{a} = (1, 2, 0)$ e $\vec{b} = (0, 3, 1)$

d) $\vec{a} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$ e $\vec{b} = 5\mathbf{i} - 7\mathbf{j} - 9\mathbf{k}$

b) $\vec{a} = (5, 1, 4)$ e $\vec{b} = (-1, 0, 2)$

e) $\vec{a} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + \mathbf{j} + \frac{1}{2}\mathbf{k}$ e $\vec{b} = 1\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$

c) $\vec{a} = (1, 3, -2)$ e $\vec{b} = (-1, 0, 5)$

f) $\vec{a} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$ e $\vec{b} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$

Questão 5 Se $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ e $(0, 1, 3)$, calcule $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ e $\mathbf{b} \times \mathbf{a}$.

Questão 6 Se \vec{a}, \vec{b} e \vec{c} são três vetores em \mathbb{R}^3 é válida a propriedade $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \times \vec{c}) \times \vec{b}$? Se for verdadeira prove, se for falsa dê um contra-exemplo.

Questão 7 Determine dois vetores unitários que sejam ortogonais tanto a $(1, -1, 1)$ quanto a $(0, 0, 4)$

Questão 8 Determine a área do paralelogramo com vértices em $A = (-2, 1), B = (0, 4), C = (4, 2)$ e $D = (2, -1)$.

Questão 9 Determine a área do paralelogramo com vértices em $K = (1, 2, 3), L = (1, 3, 6), M = (3, 8, 6)$ e $N = (3, 7, 3)$.

Questão 10 Encontre um vetor não-nulo e ortogonal ao plano que passa pelos pontos P, Q e R em cada caso:

a) $P = (1, 0, 0), Q = (0, 2, 0)$ e $R = (0, 0, 3)$.

c) $P = (0, -2, 0), Q = (4, 1, -2)$ e $R = (5, 3, 1)$.

b) $P = (2, 1, 5), Q = (-1, 3, 4)$ e $R = (3, 0, 6)$.

d) $P = (-1, 3, 1), Q = (0, 5, 2)$ e $R = (4, 3, -1)$.

Questão 11 Explique com suas palavras e desenhos a interpretação geométrica do **produto misto**.

Questão 12 Verifique se os seguintes vetores são coplanares, $\vec{u} = (3, -1, 4), \vec{v} = (1, 0, -1), \vec{w} = (2, -1, 0)$.

Questão 13 Calcule o volume do paralelepípedo com lados adjacentes PQ, PR e PS .

a) $P = (2, 0, -1), Q = (4, 1, 0)$, $R = (3, -1, 1)$ e $S = (2, -2, 2)$.

b) $P = (3, 0, 1), Q = (-1, 2, 5)$, $R = (5, 1, -1)$ e $S = (0, 4, 2)$.

Questão 14 Verifique se os seguintes pontos são coplanares, $A = (1, 2, 4)$, $B = (-1, 0, -2)$, $C = (0, 2, 2)$, $D = (-1, 1, -3)$.

Questão 15 Calcule o volume do paralelepípedo cujas arestas são os vetores $\vec{u} = (-44, 5, 0)$, $\vec{v} = (3, -2, 1)$, $\vec{w} = (1, 1, -1)$

Questão 16 Calcule o volume do tetraedro cujos vértices são: $A = (1, 2, 1)$, $B = (7, 4, 3)$, $C = (4, 6, 2)$ e $D = (3, 3, 3)$

Questão 17 Se $\vec{a} = (2, 1, -3)$ e $\vec{b} = (4, 2, 1)$ encontre $\vec{a} \times \vec{b}$ e $\vec{b} \times \vec{a}$.

Questão 18 Uma chave de boca com 30cm de comprimento posicionada ao longo do eixo y aperta um parafuso colocado na origem. Uma força é aplicada no final do cabo da chave com direção dada por $(0, 3, -4)$. Determine o módulo da força necessária para que o torque resultante seja de 100N.m

Questão 19¹ A representação abaixo é de uma estrutura sólida de cloreto de sódio. A distância entre os centros de ions de cloreto e de sodio é 278pm. (Observação: 1pm = 10^{-15} m)

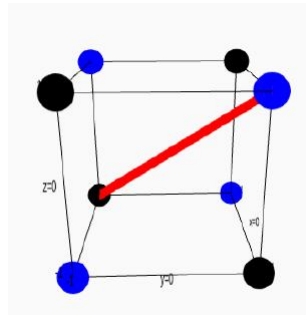


Figura 2: Cloreto De Sódio

a) Qual seria o volume desta molécula? Qual conceito matemático você usa para calcular?

“(…) nunca nos tornaremos Matemáticos, por exemplo, embora nossa memória possua todas as demonstrações feitas por outros, se o nosso espírito não for capaz de resolver toda espécie de problemas;(…)”
RENÉ DESCARTES (Regras Para Orientação do Espírito. ([1], pag.12))

¹Questão retirada de [4]

Referências

- [1] DESCARTES, R. Regras para a Orientação do Espírito. Terceira edição. Tradução de Maria Ermantina de Almeida Prado Galvão. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes. 2012.
- [2] STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. Geometria Analítica. . Editora McGrawHill, Rio de Janeiro, segunda edição. São Paulo, 1987.
- [3] STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Tradução de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, Setima edição 2013.
- [4] CUNNINGAM, Allan; WHELAN Rory. Maths for Chemists. University of Birmingham- University of Leeds. Disponível Online em <http://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/college/stem/Student-Summer-Education-Internships/Maths-for-Chemists-Booklet.pdf>. Acesso em 19 de Setembro de 2016.