



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM
MATEMÁTICA-L2-2019.1

Prof. Marcelo Pedro

Lista 3 -Produto Interno

Dica geral: Procure entender a natureza geométrica dos objetos e desenhar-los sempre. Geralmente isto ajuda a intuição ao resolver problemas e racionar.

Pratique bastante, só assim voce conseguirá aprender!!
PRODUTO INTERNO

Questão 1 Explique com suas palavras e desenhos a interpretação geométrica do **produto interno**.

Questão 2 Determine o produto interno entre \vec{a} e \vec{b} .

a) $\vec{a} = (-2, \frac{1}{3})$ e $\vec{b} = (-5, 12)$

e) $\vec{a} = i - 2j + 3k$ e $\vec{b} = 5i + 9k$

b) $\vec{a} = (\frac{1}{2}, 4)$ e $\vec{b} = (-8, -3)$

f) $\vec{a} = 4j - 3k$ e $\vec{b} = 2i + 4j + 6k$

c) $\vec{a} = (5, 0, 3)$ e $\vec{b} = (3, -1, 10)$

g) $|\vec{a}| = 6$ e $|\vec{b}| = 5$ e o ângulo entre \vec{a} e \vec{b} é $\frac{2\pi}{3}$.

d) $\vec{a} = (s, 2s, 3s)$ e $\vec{b} = (t, -t, 5t)$

h) $\vec{a} = 3$ e $\vec{b} = \sqrt{6}$ e o ângulo entre \vec{a} e \vec{b} é 45° .

Questão 3 Se \vec{u} é um vetor unitário, determine $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $\vec{u} \cdot \vec{w}$.

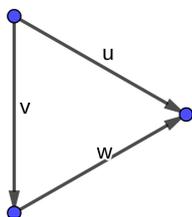


Figura 1: Triângulo Equilátero

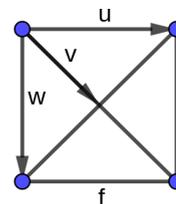


Figura 2: Quadrado

Questão 4 Um vendedor vende a hamburgueres, b cachorros-quentes e c refrigerantes em um determinado dia. Ele cobra 2 reais o hambúrguer, 1,5 reais o cachorro-quente e 1 o refrigerante. Se $v = (a, b, c)$ e $P = (2, 1.5, 1)$ qual o significado do produto escalar $A \cdot P$?

Questão 5 Determine o ângulo entre os vetores

a) $\vec{a} = (-8, 6)$ e $\vec{b} = (\sqrt{7}, 3)$.

d) $\vec{a} = (4, 0, 2)$ e $\vec{b} = (2, -1, 0)$.

b) $\vec{a} = (\sqrt{3}, 1)$ e $\vec{b} = (0, 5)$.

e) $\vec{a} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$ e $\vec{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$.

c) $\vec{a} = (3, -1, 5)$ e $\vec{b} = (-2, 4, 3)$.

f) $\vec{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ e $\vec{b} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$

Questão 6 Use vetores para decidir se o triângulo com vértices $P = (1, -3, -2)$, $Q = (2, 0, -4)$, e $R = (6, -2, -5)$ é retângulo.

Questão 7 Determine os cossenos diretores e os ângulos diretores do vetor:

a) $\vec{a} = (3, 4, 5)$.

b) $\vec{a} = (1, -2, -1)$.

c) $\vec{a} = (2, 3, 6)$.

Questão 8 Determine o vetor projeção e a projeção escalar de \vec{a} sobre \vec{b} em cada caso:

a) $\vec{a} = (3, -4)$ e $\vec{b} = (5, 0)$.

d) $\vec{a} = (2, -1, 4)$ e $\vec{b} = (0, \frac{1}{2}, 0)$.

b) $\vec{a} = (1, 2)$ e $\vec{b} = (-4, 1)$.

e) $\vec{a} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$ e $\vec{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$.

c) $\vec{a} = (3, 6, -2)$ e $\vec{b} = (1, 2, 3)$.

f) $\vec{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ e $\vec{b} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$

Questão 9 Verifique as afirmações

a) O vetor projeção \vec{a} sobre \vec{b} é o mesmo nos dois casos a seguir:

$\vec{a} = (1, 2, 3)$ e $\vec{b} = (4, 5, 6)$.

$\vec{a} = (1, 2, 3)$ e $\vec{b} = (4000, 5000, 6000)$.

b) Se \vec{b} é um vetor não nulo a projeção de a sobre b tem o mesmo valor, que a projeção sobre qualquer vetor na mesma direção de \vec{b} .

Questão 10 Encontre o trabalho feito por uma força $F = 8\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$, que move um objeto do ponto $(0, 10, 8)$ para o ponto $(6, 12, 20)$ ao longo de uma reta. A distância é medida em metros e a força em newtons.

Questão 11 Uma molécula de metano CH_4 , é estruturada com os quatro átomos de hidrogênio nos vértices de um tetraedro regular e o carbono no centro. O ângulo de vínculo é o ângulo formado pela ligação $H - C - H$; é o ângulo entre as retas que ligam o carbono e os dois átomos de hidrogênio. Mostre que esse ângulo de vínculo é de aproximadamente $109,5^\circ$.

Tome os vértices do tetraedro nos pontos $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ e $(1, 1, 1)$. Calcule então o centro da molécula, depois escreva os vetores do centro da molécula a dois átomos de hidrogênio e então calcule o ângulo entre esses vetores.

Questão 12¹ Qual o trabalho feito pela força variável $F(t) = (3t\vec{i} + 3\vec{j})N$ sobre muma partícula de velocidade $\vec{v} = (5\vec{i} - t\vec{j})\frac{m}{s}$ no intervalo de tempo $0 < t < 3s$.

Questão 13² Um íon se movendo através de uma solução tem duas forças agindo sobre ele, uma força resistiva do meio onde ele está, com um vetor $\vec{v} = (3, \sqrt{7}, 3)$ e uma força eletromagnética com um vetor $\vec{w} = (-5, 3, 4)$. Qual o ângulo entre estes dois vetores? Qual conceito matemático você usa para calcular?

“Estudos sobre atletas olímpicos, músicos de fama mundial e grandes mestres de xadrez constatam que o que eles têm em comum é a capacidade de motivarem-se para seguirem implacáveis rotinas de treino.” ([1], pág. 102.)

Referências

- [1] GOLEMAN, Daniel. Inteligência emocional: a teoria revolucionária que define o que é ser inteligente. Tradução de Marcos Santarrita. Editora Objetiva, Rio de Janeiro, 2012.
- [2] STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. Geometria Analítica. . Editora McGrawHill, Rio de Janeiro, segunda edição. São Paulo, 1987.
- [3] STEWART, James. Cálculo. Volume 2. Tradução de Antonio Carlos Morretti; Antonio Carlos Gilli Martins. Editora Cengage Learning, São Paulo, Setima edição 2013.
- [4] CUNNINGAM, Allan; WHELAN Rory. Maths for Chemists. University of Birmingham- University of Leeds. Disponível Online em <http://www.birmingham.ac.uk/Documents/college-eps/college/stem/Student-Summer-Education-Internships/Maths-for-Chemists-Booklet.pdf>. Acesso em 19 de Setembro de 2016.

¹Questão retirada de [4]

²Questão retirada de [4]