Olimpíada Pernambucana de Matemática - 2016
Nível 2

1. Para cada $m \in \mathbb{R}$, considere a função $f(x) = 2x^2 + 3x + m$.

(V) (F) Se $m = 2$ a função possui uma raiz real.

(V) (F) Se $m = 1$ a soma das raízes de f é $\frac{3}{2}$.

(V) (F) Se $m < 1$ o gráfico de f intersecta o eixo x em dois pontos.

(V) (F) Se $m = \frac{9}{8}$ o gráfico de f intersecta o eixo x em apenas um ponto.

(V) (F) Se $m = 1$ o menor valor que f assume é $-\frac{3}{4}$.

Resolução.

a) [F] Se $m = 2$, $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$, logo f não admite raiz real.

b) [F] S $m = 1$, $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$, logo pela fórmula de Báskara $\frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 1}{4}$, as raízes são $x_1 = -1$ e $x_2 = -\frac{1}{2}$. A soma das raízes é $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$. Uma outra maneira de resolver seria utilizando as relações de Girard, no qual se $f(x) = ax^2 + bx + c$, a soma das raízes, sejam reais ou complexas, é $-\frac{b}{a}$, e neste item, $a = 2$ e $b = 3$.

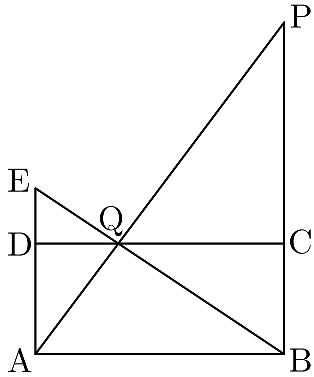
c) [V] Para que f possua duas raízes reais e distintas, devemos ter $\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot m$ positivo. Assim para que existam duas raízes distintas tevemos ter $m < \frac{9}{8}$. Como neste item $m < 1$, então essa condição é satisfeita.

d) [V] Sendo $m = \frac{9}{8}$, temos que $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot \frac{9}{8} = 0$, logo f possui duas raízes reais e iguais a $-\frac{3}{4}$.

e) [F] O menor valor de uma equação do segundo grau com concavidade para cima é dado pela fórmula $-\frac{\Delta}{4 \cdot a}$. Se $m = 1$, temos $-\frac{1}{8}$.

■

2. Considere o retângulo $ABCD$ e os triângulos retângulos ABP e ABE dispostos no plano de modo que os pontos A, D e E são colineares, que os pontos B, C e P também são colineares e que os segmentos $\overline{CD}$, $\overline{EB}$ e $\overline{AP}$ se interceptam no ponto Q. Sabendo que as medidas dos segmentos $\overline{PQ}$, $\overline{QC}$ e $\overline{CB}$ são respectivamente 50 cm, 30 cm e 20 cm. Analise a veracidade das afirmações abaixo.



(V) (F) $\overline{CP}$ mede 40 cm

(V) (F) A área de QCP é 1200 cm^2

(V) (F) O lado $\overline{AB}$ mede 45 cm

(V) (F) A área do retângulo $ABCD$ é menor ou igual a área do triângulo QCP

(V) (F) A área do triângulo DEQ é 75 cm^2

Resolução.

a) [V] Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{CP}^2 + 30^2 = 50^2$, Logo $\overline{CP} = 40$ cm.

b) [F] A área pode ser calculada com $\dfrac{\overline{QC} \cdot \overline{CP}}{2}$, portanto $\dfrac{30 \cdot 40}{2} = 600$ cm^2.

c) [V] Os triângulos PCQ e PBA são semelhantes, pelo caso AA, ou seja, possuem dois ângulos correspondentes com a mesma medida. Daí, pela relação de semelhança, $\dfrac{\overline{PB}}{\overline{PC}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{CQ}} \Rightarrow \dfrac{60}{40} = \dfrac{\overline{AB}}{30}$, logo $\overline{AB} = 45$ cm.

d) [F] A área do retângulo é $45 \cdot 20 = 900$ cm^2 que é maior do que a área do triângulo QCP

e) [V] Os triângulos DEQ e AEB são semelhantes, novamente pelo caso AA. Pela relação de semelhança, $\dfrac{15}{45} = \dfrac{\overline{ED}}{\overline{EA}} = \dfrac{\overline{ED}}{\overline{ED} + 20}$, portanto $\overline{ED} = 10$ cm. Assim, a área do triângulo DEQ é $\dfrac{15 \cdot 10}{2} = 75$ cm^2

■

3. Um número de 6 algarismos tem o primeiro algarismo (à esquerda) igual a k. Se deslocarmos esse algarismo k para a última posição (à direita), obtemos um novo número de 6 algarismos que é o triplo do primeiro conforme o esquema:

$$\begin{array}{cccccc} k & a & b & c & d & e \\ & & & & \times & 3 \\ \hline a & b & c & d & e & k \end{array}$$

Julgue os itens a seguir:

(V) (F) O algarismo k pode ser 1.

(V) (F) O algarismo k pode ser 3.

(V) (F) Quando $k = 2$ a soma dos seis algarismos do número em questão é menor que 25.

(V) (F) Se $a = 1, b = 4, c = 2, d = 8$ e $e = 5$, então $k = 5$.

(V) (F) Existem exatamente 2 possibilidades para o algarismo k.

Resolução. Note que o enunciado da questão nos permite escrever:

$$\begin{array}{cccccc} k & a & b & c & d & e \\ & & & & \times & 3 \\ \hline a & b & c & d & e & k \end{array}$$

Assim, para julgar os itens, basta resolver essa multiplicação em cada caso.

a) [V] Pois quando $k = 1$ realizando as operações encontramos que $e = 7$, $d = 5$, $c = 8$, $b = 2$ e $a = 4$.

b) [F] Seguindo o mesmo raciocínio temos que k não pode ser 3, pois nesse caso $e = 1$, $d = 7$, $c = 5$, $b = 8$ e $a = 9$, logo $3 \cdot 398571 = 1195713 \neq 987513$.

c) [F] Quando $k = 2$ temos que $e = 4$, $d = 1$, $c = 7$, $b = 5$ e $a = 8$. A soma dos algarismos dá 27 que é maior do que 25.

d) [F] Se $k = 5$, $3 \cdot kabcde$ seria um número de 7 dígitos, pois $3 \cdot 5 = 15$.

e) [V] O algarismo k pode ser 1 pelo item a), não pode ser 3 pelo item b). Se $k = 2$ a solução é $3 \cdot 285714 = 857142$ e para $k \geq 4$ não podemos ter solução, pois o produto daria origem a um número de 7 dígitos.

■

4. Até maio de 2015 os números de telefones celulares do Estado de Pernambuco eram compostos por 8 dígitos. Atualmente, foi acrescentado o dígito 9 no início de cada número. Sabendo que cada dígito pode assumir os valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, analise as afirmações abaixo:

(V) (F) Antes da mudança, existiam no máximo 10 milhões de números de celulares iniciados com o dígito 9.

(V) (F) Após a mudança, existem mais de 400 mil números de celulares com todos os dígitos distintos.

(V) (F) Supondo que, antes da mudança, todos os números de celulares tinham 9 como primeiro dígito. Hoje em dia, a quantidade de possibilidades para números de celular aumentou em 90 milhões.

(V) (F) Atualmente existem no máximo 10 mil celulares com números iniciados com 9876.

(V) (F) Hoje em dia, existem no máximo 600 mil números de celulares com os dígitos 1, 2 e 3, juntos e nesta ordem.

Resolução.

a) [V] Antes da mudança, os números de celulares eram composto por 8 dígitos. Então temos no máximo $1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot = 10^7 = 10$ milhões de núumeros de celulares iniciados com o dígito 9.

b) [F] Atualmente, os números de celulares contém 9 dígitos, sendo o primeiro deles igual a 9. Se queremos que os dígitos sejam todos distintos então temos $1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 9! = 362.880$.

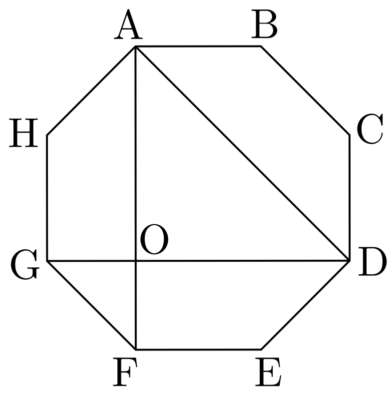
c) [V] Antes tínhamos 10 milhões de números possíveis iniciados com 9. Após a mudança, temos 100 milhões. Logo, o aumento de possibilidades foi de 90 milhões.

d) [F] Se fixarmos os quatros primeiros dígitos então temos $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5 = 100$ mil números de celular.

e) [V] Pensando no número 123 como um dígito de um número de celular com 7 dígitos, sendo o primeiro 9. Assim, temos no máximo $1 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 600$ mil que satisfazem a condição.

■

5. Considere o octógono regular de lado 1 cm abaixo e julgue as seguintes afirmações:



(V) (F) A medida do segmento $\overline{AF}$ é $\sqrt{2}+1$ cm.

(V) (F) A área do trapézio $DEFG$ é $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$ cm^2.

(V) (F) O ângulo BAC mede $22,5^o$.

(V) (F) A área do triângulo OAD é $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{4}$ cm^2.

(V) (F) O comprimento da poligonal $ABCDGFA$ é $6+2\sqrt{2}$ cm.

Resolução.

a) [V] Observe que OGF é um triângulo retângulo isósceles cuja hipotenusa $\overline{GF} = 1$, logo $\overline{GO} = \overline{OF} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Traçando o segmento $\overline{HC}$ e sendo P o ponto de intersecção de $\overline{AF}$ e $\overline{HC}$, observe que os triângulos OGF e PAH são congruentes e $GOPH$ é um retângulo, logo

$$\overline{AF} = \overline{AP} + \overline{PO} + \overline{OF} = \overline{OF} + \overline{HG} + \overline{OF} = \sqrt{2}+1.$$

b) [V] Sendo A a área do trapézio temos que

$$A = \frac{(\overline{DG}+\overline{EF})\overline{OF}}{2}.$$

Como $\overline{DG} = \overline{AF}$ temos que

$$A = \frac{(\overline{AF}+\overline{EF})\overline{OF}}{2} = \frac{1+\sqrt{2}}{2}.$$

c) [V] A fórmula para o ângulo interno de um polígono regular de n lados é

$$A_i = \frac{(n-2)180}{n}.$$

Como $n=8$ temos que $A_i = 135^o$, temos que $BAC = 22,5^o$

d) [V] Sendo S a área do triângulo OAD, temos que

$$S = \frac{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{4}.$$

e) [V] O comprimento de $ABCDGFA$ é

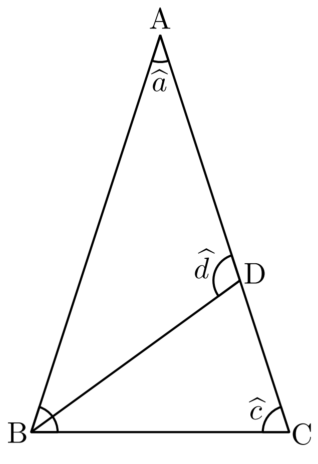
$$\begin{aligned}
\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DG} + \overline{GF} + \overline{FA} &= 1 + 1 + 1 + (\sqrt{2} + 1) + 1 + (\sqrt{2} + 1) \\
&= 4 + 2\sqrt{2} + 2 \\
&= 6 + 2\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

■

6. Considere o triângulo isóceles ABC com $AB = AC$ tal que o segmento BD, com D no segmento AC, é bissetriz do ângulo $A\widehat{B}C$, $DC = 1$ e as medidas de BD, AD e BC são iguais. Encontre o valor da razão:

$$\frac{\text{área do triângulo } ABC}{\text{área do triângulo } BCD}.$$

Resolução.



Note que $\triangle ABC \sim \triangle BCD$, assim, sendo $x = AD$, $\dfrac{x+1}{x} = \dfrac{x}{1}$, então $x^2 = x + 1$. Assim $x^2 - x - 1 = 0$, daí $x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Sendo H a altura relativa ao vértice A do

$\triangle ABC$, temos $H^2 = (x^2)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2$. Logo $H = x\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}$. Sendo h a altura relativa ao vértice D do $\triangle BDC$ temos, $h^2 = x^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$, donde $h = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}$.

Então a razão entre a área $\triangle ABC$ e a área $\triangle BDC$ é

$$\frac{\dfrac{x \cdot x \cdot \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}}{2}}{\dfrac{1 \cdot \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}}{2}} = x^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}.$$

■

Critério de correção.

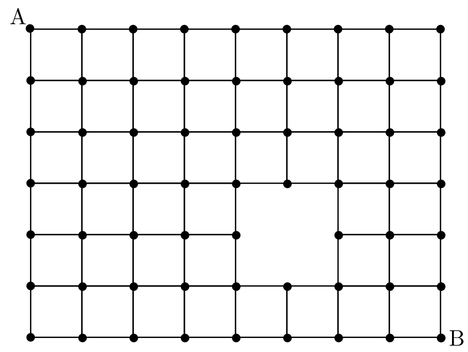
1. (5 pt) Fazer o desenho do triângulo ABC exatamente como descreve o enunciado, destacando os lados do triângulo isóceles que são iguais, a bissetriz do ângulo $A\widehat{B}C$, a medida do segmento DC como sendo 1 e a igualdade entre a medida dos segmentos BD, AD e BC.
2. (15 pt) Verificar que os triângulos ABC e BCD são semelhantes.
3. (5 pt) Escrever as razões de semelhança corretamente.
4. (5 pt) Resolver a equação do segundo grau correspondente as razões de semelhanças
5. (10 pt) Calcular alguma altura do triângulo ABC e alguma altura do triângulo BCD.
6. (10 pt) Escrever a razão das áreas e resolver os cálculos corretamente.

Observações

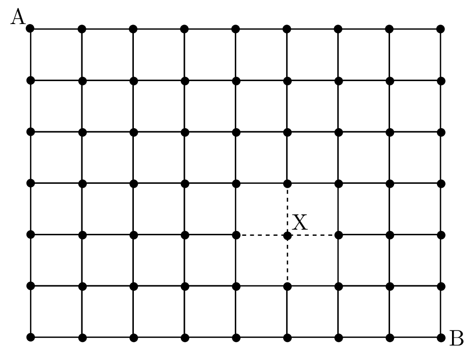
- A ordem descrita nestes critérios simplificam os cálculos. Caso o candidato não siga esta ordem para solucionar a questão (ou parte da questão), atribuir a pontuação prevista neste critério em cada passo executado pelo candidato.
- Se o candidato executou corretamente os critérios de 1 a 3 e errar a solução da equação do segundo grau descrita no critério 4, ele não receberá pontuação nesse critério e os critérios 5 e 6 passam a valer apenas metade da pontuação.
- Se o candidato executou corretamente os critérios de 1 a 4 e errar o cálculo das alturas do critério 5, atribuir apenas 5 pontos e o critério 6 passará a valer apenas 5 pontos.

- Se o candidado executou corretamente os critérios de 1 a 5 e errar o cálculo da razão das áreas, atribuir apenas 5 pontos no critério 6.

7. A figura abaixo representa o mapa de uma cidade. Cada aresta representa uma rua e cada vértice representa um cruzamento. Quantos são os trajetos de comprimento mínimo ligando o ponto A ao ponto B?



Resolução. Vamos completar o mapa adicionando o ponto X conforme a figura abaixo.



Primeiramente observe que para o comprimento do trajeto ter comprimento mínimo, não podemos fazer movimentações antagônicas, pois gastamos dois movimentos sem sair do lugar. Por exemplo ir para direta e em algum momento voltar para esquerda. Seguindo este raciocínio, chamaremos de solução, uma trajetória de comprimento mínimo que tem obrigatoriamente 14 movimentações, sendo 8 para direita e 6 para baixo.

Podemos assim tentar solucionar o problema de duas maneiras: A primeira seria contar total de soluções que não passam por X. A segunda maneira seria contar o total de caminhos de A para B e subtrair destes, a quantidade de caminhos de A para B que passam por X. Escolhemos a segunda maneira, pois a solução deve ser mais simples e definimos:

Soluções que não passam por X = total de caminhos de A para B - soluções que passam por X.

Do total de caminhos de A para B, que são 14 movimentações, sendo 8 para direita e 6 para baixo, vamos associar uma seta com um índice e vamos contar inicialmente, como se cada seta para direta fosse diferente e cada seta para baixo também fosse diferente. Então

$(\rightarrow_1)(\rightarrow_2)(\rightarrow_3)(\rightarrow_4)(\rightarrow_5)\ (\rightarrow_6)(\rightarrow_7)(\rightarrow_8)(\downarrow_1)(\downarrow_2)(\downarrow_3)(\downarrow_4)(\downarrow_5)(\downarrow_6)$ é uma solução.

Assim como

$(\downarrow_3)(\rightarrow_3)(\rightarrow_7)\ (\rightarrow_6)(\downarrow_4)(\rightarrow_1)(\rightarrow_2)(\rightarrow_8)(\downarrow_1)(\rightarrow_5)(\downarrow_2)(\downarrow_5)(\downarrow_6)(\rightarrow_4)$ também é solução.

Seguindo esse raciocínio, temos 14 opções para escolher a primeira seta, 13 opções para escolher a segunda seta, ... , 2 opções para escolher a penúltima seta e 1 opção para escolher a última seta. Ou seja 14! soluções.

Agora vamos contar, quantas soluções foram contadas de forma repetida, já que na realidade as setas para direta são todas iguais e as setas para baixo também são todas iguais.

Por exemplo a solução:

$(\rightarrow_1)(\rightarrow_2)(\rightarrow_3)(\rightarrow_4)(\rightarrow_5)\ (\rightarrow_6)(\rightarrow_7)(\rightarrow_8)(\downarrow_1)(\downarrow_2)(\downarrow_3)(\downarrow_4)(\downarrow_5)(\downarrow_6)$

é igual a solução:

$(\rightarrow_2)(\rightarrow_1)(\rightarrow_6)(\rightarrow_4)(\rightarrow_5)\ (\rightarrow_3)(\rightarrow_7)(\rightarrow_8)(\downarrow_1)(\downarrow_5)(\downarrow_3)(\downarrow_4)(\downarrow_2)(\downarrow_6)$

Ou seja, para cada solução fixada, podemos permutar os índices das setas de mesmo tipo, sem que o trajeto seja modificado. Então para cada solução fixada, temos um total de 8! formas de ordenar as setas para direita sem modificar o trajeto e 6! formas de ordenar as setas para baixo também sem modificar o trajeto. Então, quando contamos um total de 14! caminhos de A para B, precisamos dividir por $8! \cdot 6!$ para deixar de contar as soluções repetidas. Logo o total de caminhos de A para B é $\frac{14!}{8! \cdot 6!}$.

Agora precisamos contar, dentre o total destes caminhos contados, os caminhos que passam por X.

Para contar o total de soluções que saem de A passam por X e chegam em B, vamos contar o total de trajetos, de comprimento mínimo, que saem de A e chegam em X e multiplicar pelo total de trajetos, de comprimento mínimo, que saem de X e chegam em B.

Pelo mesmo raciocínio, obtemos que o total de trajetos, de comprimento mínimo, que saem de A e chegam em X é $\dfrac{9!}{5! \cdot 4!}$. E o total de trajetos que saem de X e chegam em B é $\dfrac{5!}{3! \cdot 2!}$. Então o total de soluções passando por X é $\dfrac{9!}{5! \cdot 4!} \cdot \dfrac{5!}{3! \cdot 2!}$.

Logo o total de trajetos, de comprimento mínimo, que saem de A e chegam em B no mapa original é

$$\frac{14!}{8!\cdot 6!}-\frac{9!}{5!\cdot 4!}\cdot\frac{5!}{3!\cdot 2!}=3003-126\cdot 10=1743.$$

■

Critério de correção.

- (5pts.) Perceber que qualquer caminho mínimo têm tamanho 14.
- (5pts.) Separar em duas contagens (que passam por qualquer lugar no mapa completado e os que passam exatamente no buraco do mapa).

Primeira solução: Sem usar permutação com repetição

- (5pts.) Colocar índice nas setas e achar 14! soluções.
- (10pts.) Perceber que precisa dividir pelas repetições chegando a $\frac{14!}{8!6!}$.
- (20pts.) Calcular o total de soluções que passam por X: $\frac{9!}{5!6!}\cdot\frac{5!}{3!2!}$.
- (5pts.) Terminar a questão, chegando a $\frac{14!}{8!6!}-\frac{9!}{5!6!}\cdot\frac{5!}{3!2!}=1743$ soluções.

Segunda solução: Usando permutação com repetição:

- (15pts.) Calcular o total de soluções (podendo passar por X): $\frac{14!}{8!6!}$.
- (20pts.) Calcular o total de soluções que passam por X: $\frac{9!}{5!6!}\cdot\frac{5!}{3!2!}$.
- (5pts.) Terminar a questão, chegando a $\frac{14!}{8!6!}-\frac{9!}{5!6!}\cdot\frac{5!}{3!2!}=1743$ soluções.

Observações:

- As pontuações das primeira e segunda soluções não se acumulam entre si.
- (-5pts.) Retira-se 5 pontos caso o aluno cometa erro de manipulação algébrica.

8. Para quais valores de $a,b,c\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ com a,b e c distintos dois a dois têm-se
$$\frac{10a+b}{10b+c}=\frac{a}{c}.$$

Resolução.

Temos que

$$(10a + b)c = (10b + c)a.$$

Desenvolvendo esta equação obtemos:

$$9ac = b(10a - c).$$

Da equação acima vemos que $b(10a - c)$ é múltiplo de 3. Temos dois casos a considerar: $3 \nmid b$ ou $3|b$. Se $3 \nmid b$ então $9|10a - c$ o que acarreta em $9|a - c$. Uma vez que $a, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e devemos ter $a = c$, o que é impossível porque estamos supondo que a e c são disitintos. Assim, provamos que necessariamente $3|b$. Então $b = 3, 6$ ou 9.

- Se $b = 3$ então $3ac = 10a - c$. logo, $c(3a + 1) = 10a$. Como a e $3a + 1$ são primos entre si, devemos ter $3a + 1|10$. Assim, $a = 3$ e, consequentemente, $c = 3$. Como supomos que a e c são distintos descartaremos esta solução.
- Se $b = 6$ então $3ac = 2(10a - c)$. Desenvolvendo esta equação obtemos $c(3a+2) = 20a$. Temos que a é par ou ímpar. Se a é ímpar então $3a + 2$ e a são primos entre si. Assim $3a + 2|20$. Assim, como $a \neq 6$ (pois estamos supondo $b = 6$), necessariamente $a = 1$. Assim $3c = 2(10 - c)$ o que nos dá $c = 4$. Como
$$\frac{10.1 + 6}{10.6 + 4} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4},$$
$a = 1$, $b = 6$, $c = 4$ é solução para o nosso problema. Se a é par então $a = 2l$, com $l \in \{1, 2, 3, 4\}$. Assim $2c(3l + 1) = 40l$. Como $3l + 1$ e l são coprimos temos que $3l + 1|40$. Assim $l = 1$ ou $l = 3$. Como $2l = a \neq 6$, necessariamente $l = 1$ e $a = 2$. Por outro lado, $2c(3 \cdot 1 + 1) = 40 \cdot 1$ nos diz que $c = 5$. Como
$$\frac{26}{65} = \frac{2}{5},$$
temos que $a = 2$, $b = 6$, $c = 5$ é solução.
- Se $b = 9$ então $ac = 10a - c$, o que nos dá $c(a + 1) = 10a$. Uma vez que a e $a + 1$ são coprimos $a + 1|10$. Assim, como $a \neq 9$, devemos ter $a = 1$ ou $a = 4$. Se $a = 1$ então $c = 5$. Como
$$\frac{19}{95} = \frac{1}{5},$$

temos que $a = 1$, $b = 9$ e $c = 5$ é outra solução para o nosso problema. Se $a = 4$ então $c = 8$. Uma vez que
$$\frac{49}{98} = \frac{4}{8},$$
$a = 4$, $b = 9$ e $c = 8$ também é solução para o nosso problema.

Note que esgotamos todos os casos. As soluções do problema são:

$$\begin{cases} a = 1, b = 6, c = 4; \\ a = 1, b = 9, c = 5; \\ a = 2, b = 6, c = 5; \\ a = 4, b = 9, c = 8. \end{cases}$$

■

Caso você queira verificar computacionalmente que a solução desta questão está correta, rode o seguinte programa escrito em linguagem Python:

```
for a in range(1,10):
    for b in range(1,10):
        for c in range(1,10):
            if (10*a+b)*c==(10*b+c)*a and a!=b and a!=c and b!=c:
                print (a,b,c)
```

Você pode rodar esse programa sem a necessidade de instalação de aplicativos nos seguintes sites:
`https://repl.it/languages/python3`
`https://cloud.sagemath.com`

Critério de correção.

Primeira Solução solução:

- (15pts.) Mostrar que $3|b$
- (10pts.) Analisar corretamente o caso em que $b = 3$
- (10pts.) Analisar corretamente o caso em que $b = 6$
- (10pts.) Analisar o caso em que $b = 9$
- (5 pts) Exibir todas as quatro soluções para o problema.

Segunda solução:

- (15pts.) Mostrar que $2|c$ ou $c = 5$
- (15pts.) Analisar corretamente o caso em que $2|c$
- (15pts.) Analisar corretamente o caso em que $5|c$
- (10pts.) Analisar o caso em que $b = 9$
- (5 pts) Exibir todas as quatro soluções para o problema.

Observações:

- (5pts) Encontrar exatamente uma das soluções corretas para o problema por inspeção.
- (10pts.) Encontrar exatamente duas das soluções corretas para o problema por inspeção.
- (15pts.) Encontrar exatamente três soluções corretas para o problema por inspeção.
- (20pts) Encontrar todas as soluções para o problema sem justificar o motivo de não existirem outras soluções.
- (-5pts) Fornecer soluções incorretas para o problema.